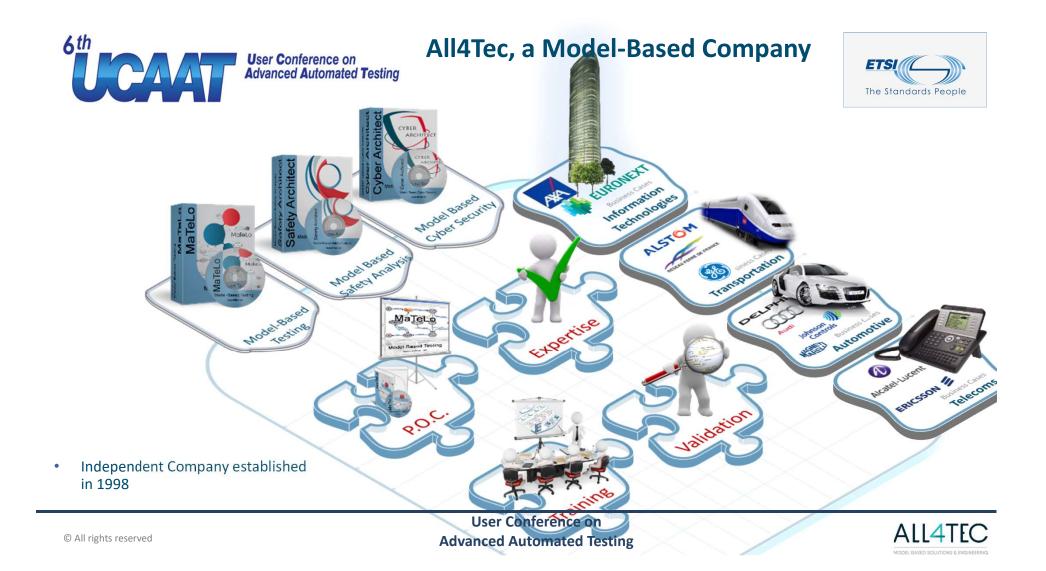


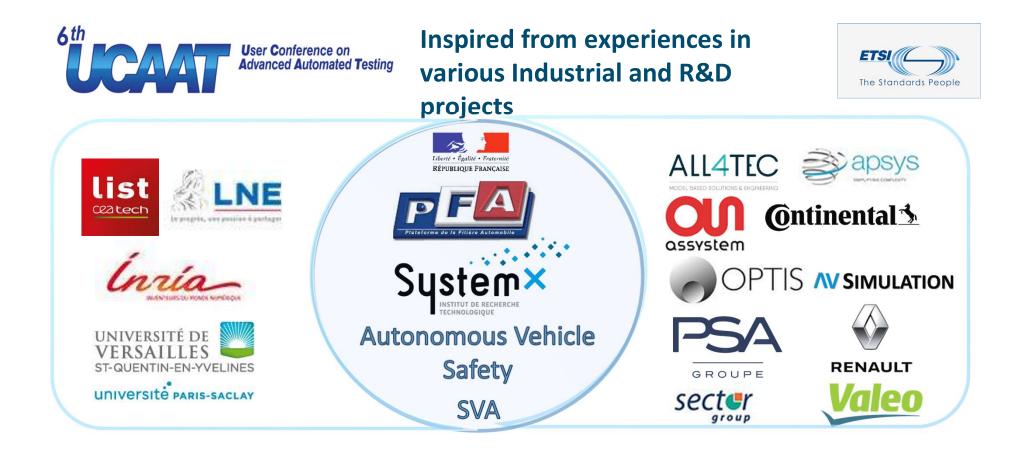
Generate combinatorics and optimize test variability to validate your autonomous vehicles

Presented by Fabrice TROLLET

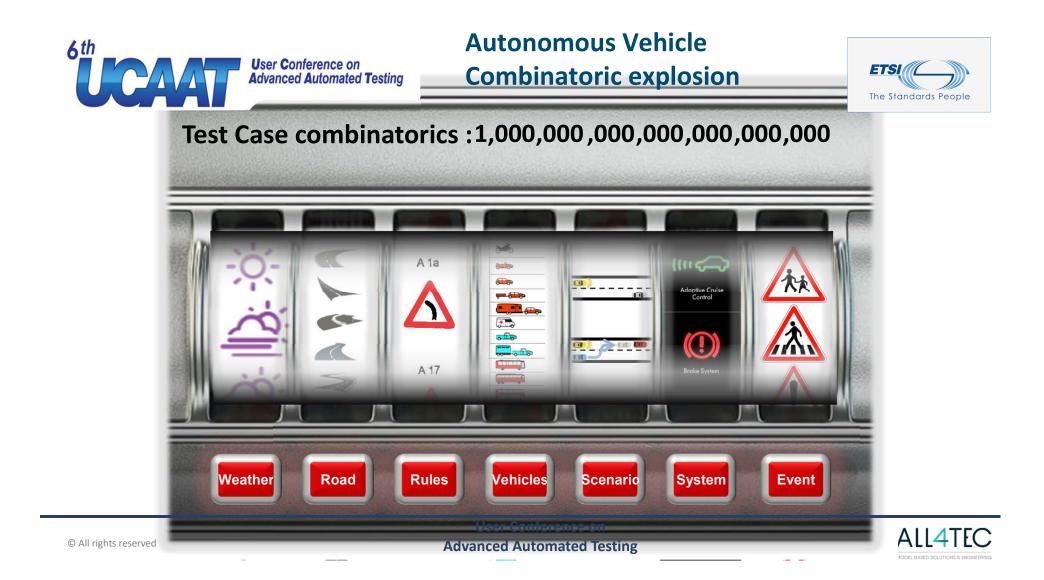


© All rights reserved



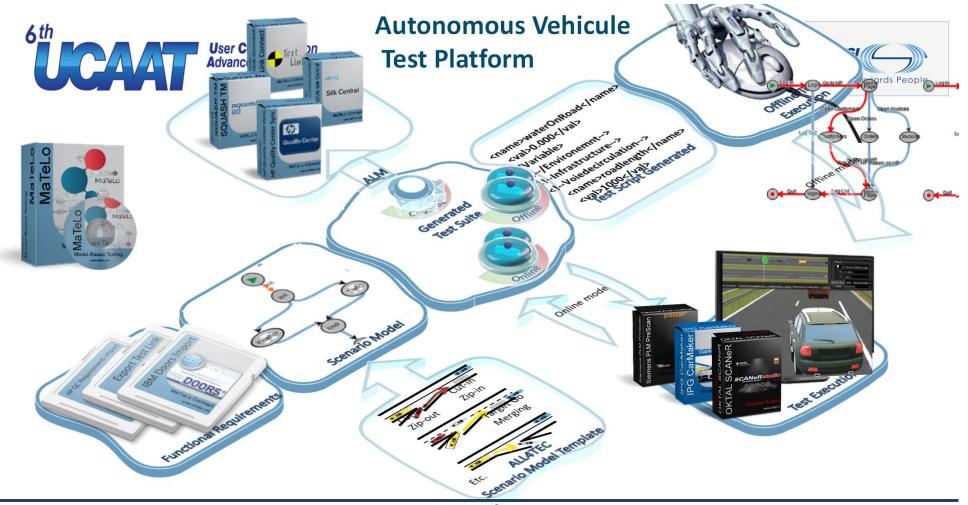








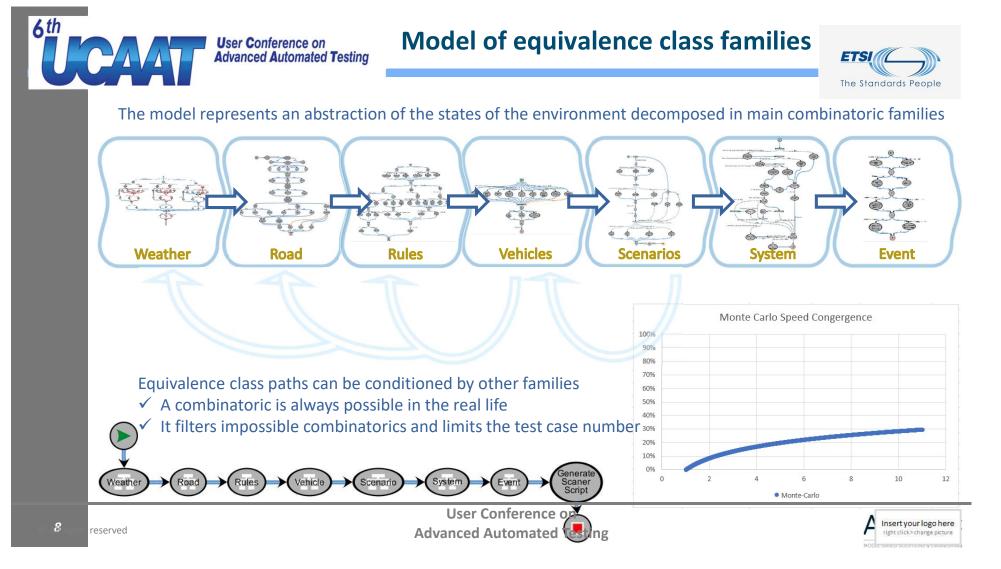


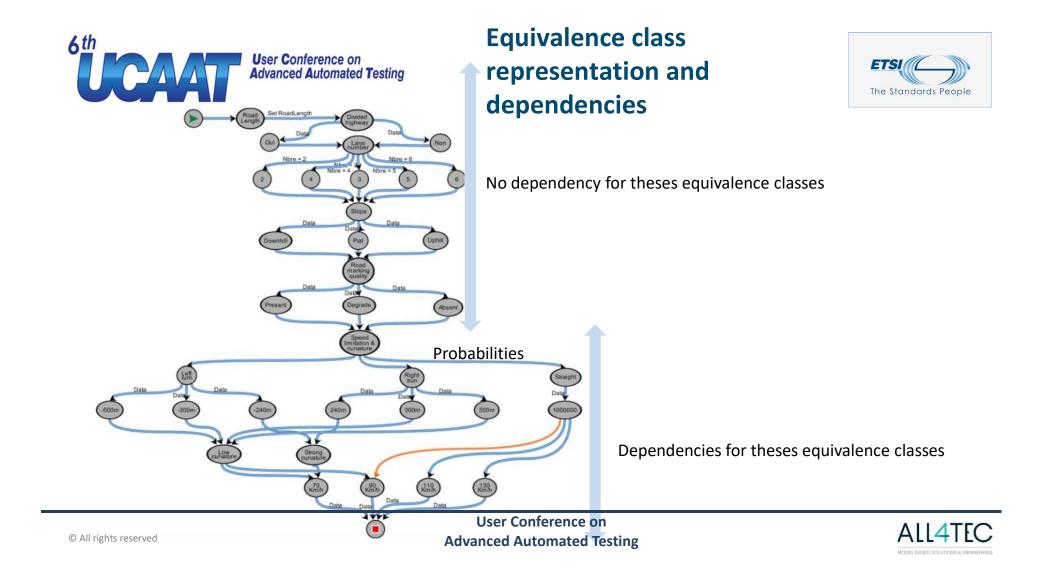


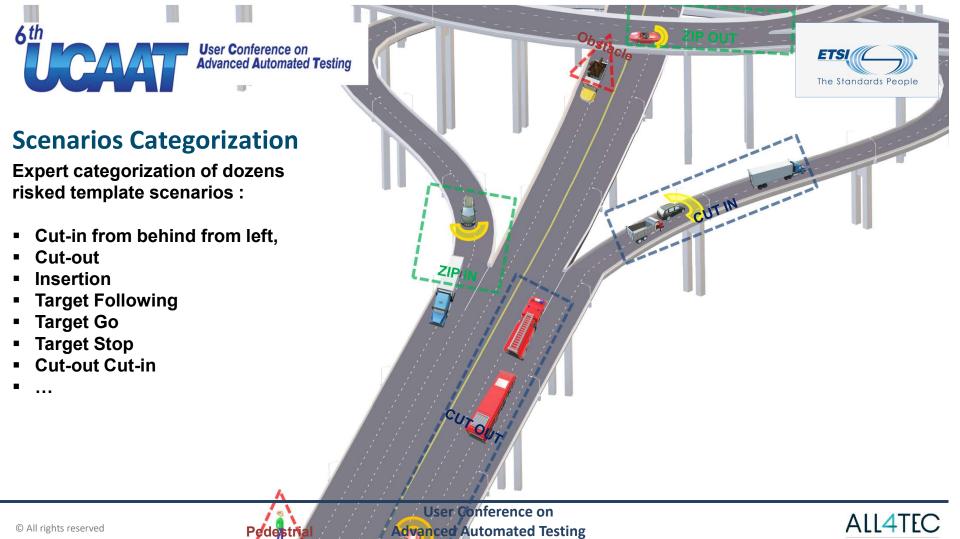
© All rights reserved

User Conference on Advanced Automated Testing

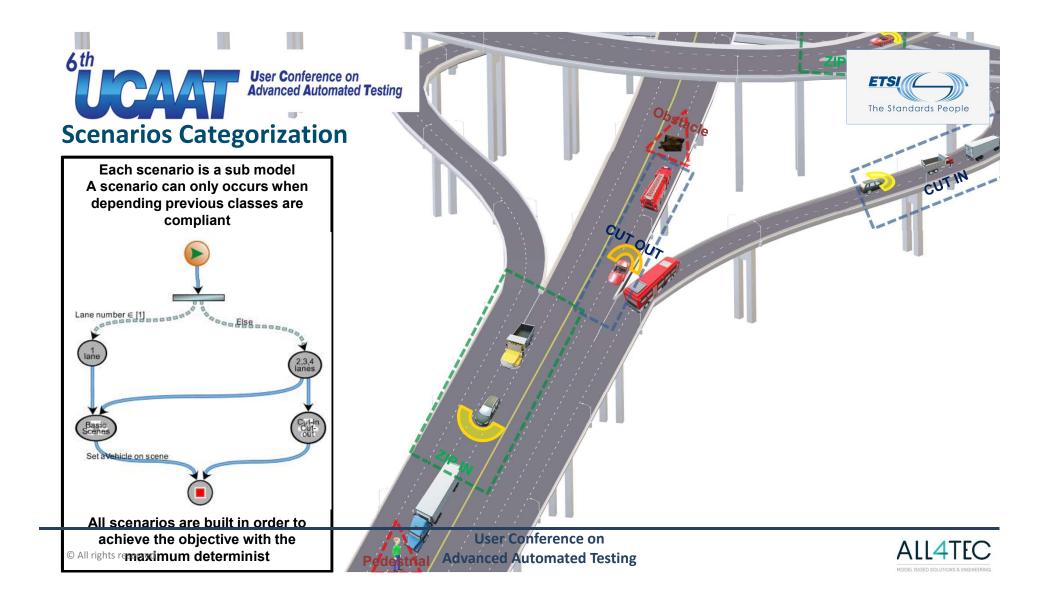


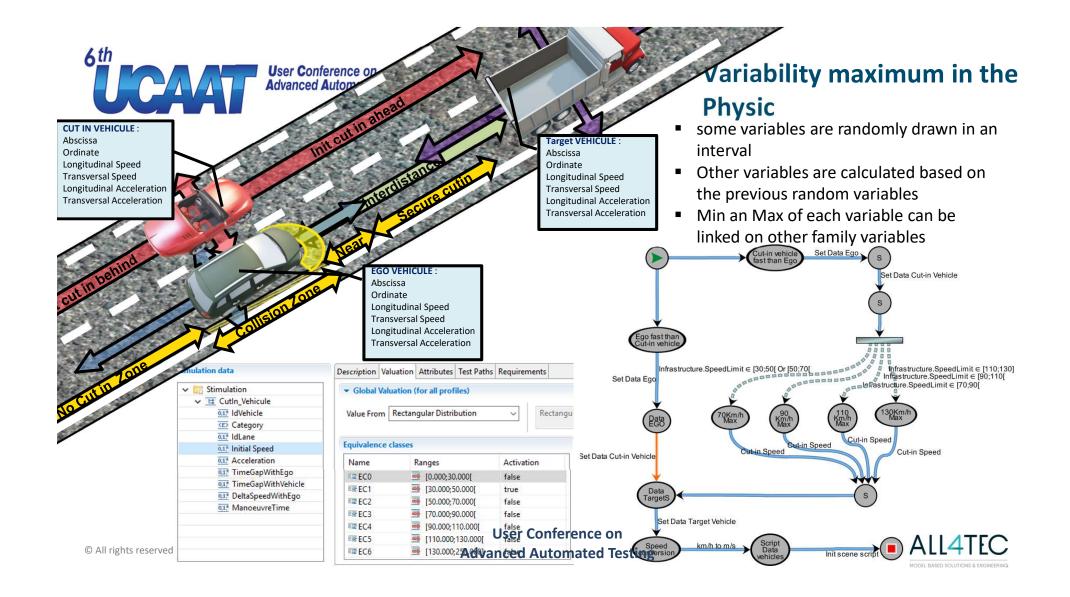


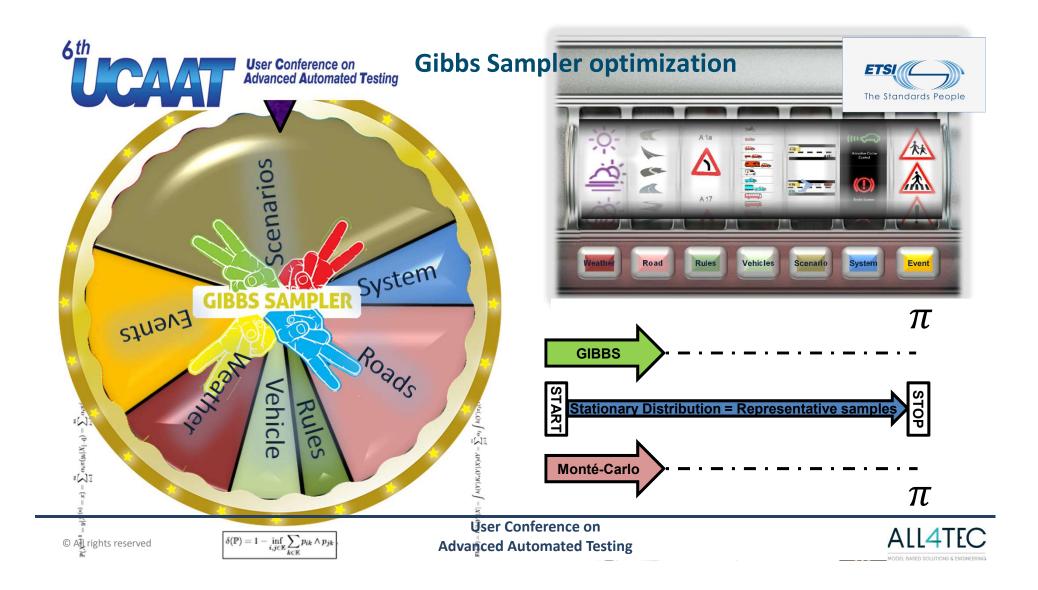


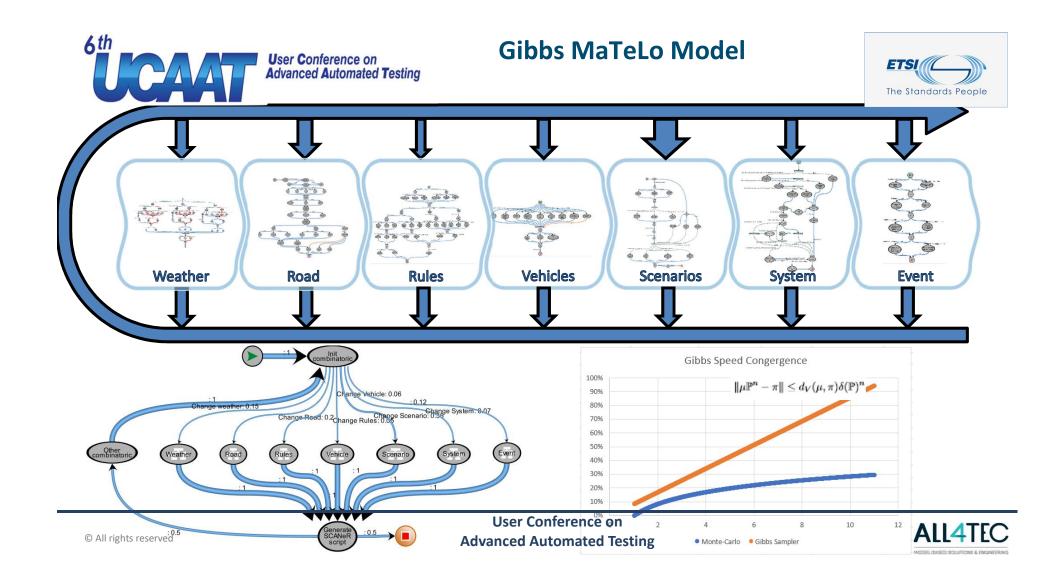


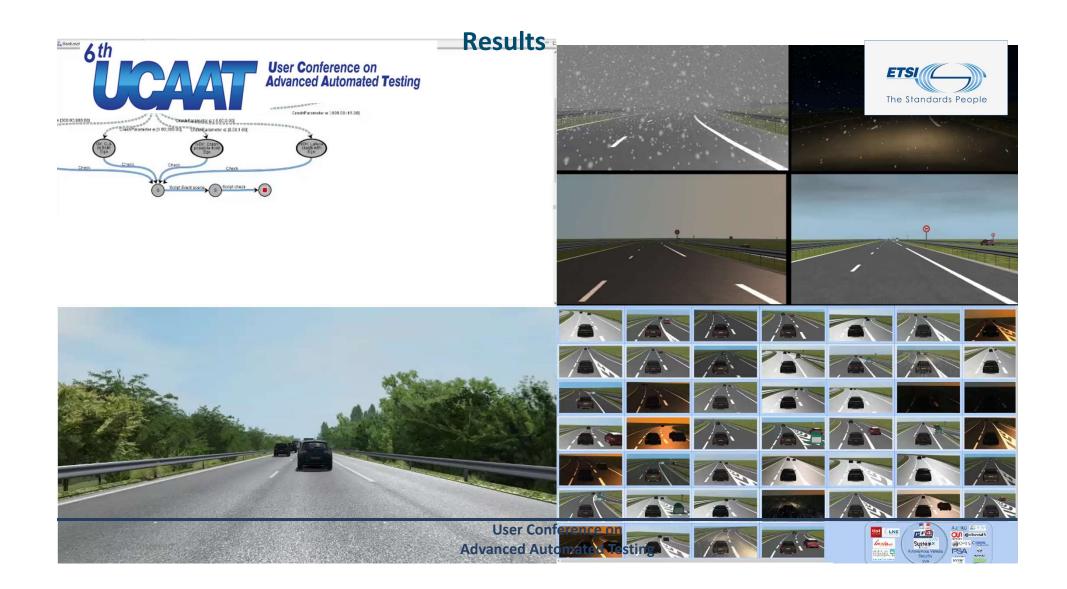
MODEL BASED SOLUTIONS & ENGINEERING











ALL4TEC

MODEL BASED SOLUTIONS & ENGINEERING

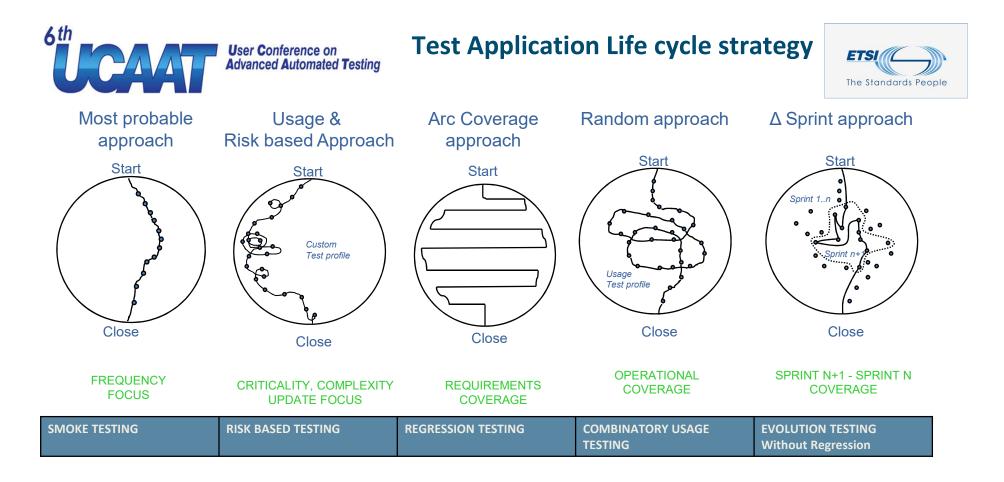


Thank you for your attention

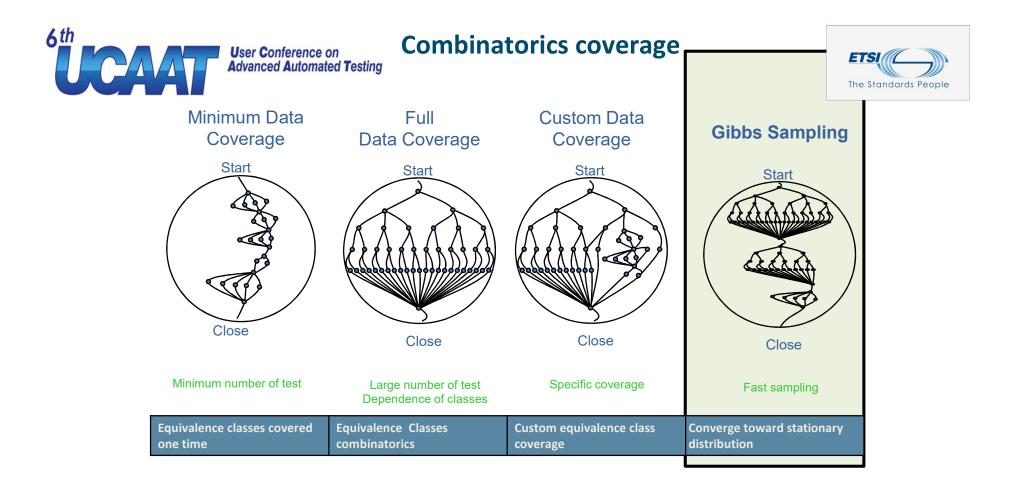


www.linkedin.com/in/trollet

LALL4TEC	
Fabrice TROLLET MaTeLo Product Manager	
Fabrice.trollet@all4tec.net	Tél : + 33 (0)6 28 07 08 21
Odyssée E, 2 Chemin des Fermes – 91300 MASSY Tél. : + 33 (0)2 43 49 75 30 – Fax : + 33 (0)2 43 49 75 33 – www.all4tec.net	











doivent parcourir les voitures test.

marimales.

donc égal à

1 Description du système

Taux de convergence pour l'échantillonneur RSGSI

(Random Scan Gibbs Sampler with Independent Cliques)

Guy Fayolle

May 19, 2017

Certaines notations sont celles de l'article [G. Fayolle - V. L. Tran].

Dans la première section, nous rappelons brièvement la description du sys-

tème auquel on va appliquer l'algorithme RSGSI. La deuxième section pro-

pose des bornes théoriques pour la vitesse de convergence vers la distribution

stationnaire des cas de test. Dans le cas du projet COVADEC, ces bornes

se traduisent par une réduction substantielle du nombre de kilomètres que

Soit V le nombre de paramètres (ou sites) et $S = \{1, 2, ..., V\}$. En toute

généralité, le système est donc représentable par un vecteur de taille V.

En fait, grâce à MaTeLo, il est possible de réécrire S sous la forme d'un ensemble de m sous-groupes indépendants { $C_j \in S$ }_{1<j<m}, dénommés cliques

 $\mathcal{C}_j = \{j1, j2, \dots, jL_j\}, \quad 1 \le j \le m.$

Il est alors loisible de représenter l'état du système par le vecteur aléatoire

 $X = (X_1, X_2, \dots, X_m),$ où $X_j = (X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jL_j})$ est le nombre de paramètres dans la clique j.

Rappelons qu'à chaque paramètre X_{ik} est attaché une classe d'équivalence

 $\Lambda_j = \prod^{L_{jk}} \Lambda_{jk},$

le nombre de configurations (ou *chemins*) possibles $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ est

 $\Lambda = \prod \Lambda_j,$

Soit $L_j = |C_j|$ le nombre d'éléments dans la clique C_j , où on notera

User Conference on Advanced Automated Testing

(1)

Explication Théorique Gibbs



2 Vitesse de convergence vers l'état stationnaire

L'algorithme **RSGSI** construit une chaîne de Markov $\{Z^{(n)}, n \ge 0\}$, qui est réversible et a pour matrice (opérateur) de transition

$$\mathbb{P}(X^{n+1} = y|X^{(n)} = x) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \pi(y_i|X_{[-i]}) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \pi(y_i), \quad (2$$

car on ne modifie à chaque étape n qu'une coordonnée (i.e. une seule clique) avec probabilité α_i , la deuxième égalité venant de l'indépendance des cliques. On démontre que cette chaîne de Markov converge vers un état stationnaire qui est la distribution cherchée.

Remark 2.1. Le taux de convergence d'un processus Markovien d'opérateur de transition \mathbb{F} tel que

$$\mathbb{F}h(X) = E[h(Y)|X] = \int h(Y)K_r(Y|X)dY = \sum_{j=1}^m \alpha_j \int h(Y)\pi_j(Y)dY,$$

pour toute fonction fonction h(.) à valeurs réelles ou complexes de carré intégrable, est égal au rayon spectral ρ défini par

 $\rho = \lim \|\mathbb{F}^n\|^{1/n},$

où $\|\mathbf{F}^n\|$ désigne la norme de F. Pour une classe très générale d'algorithme de Gibbs, on peut montrer que $\|\mathbf{F}\| < 1$. Ici, l'opérateur F correspond à la matrice de transition P.

Lorsque le nombre d'états est fini, on peut obtenir une estimation de la vitesse de convergence à l'aide de la distance de Dobrushin $\delta(\mathbb{P})$, qui pour une matrice stochastique quelconque \mathbb{P} et un espace d'états \mathbb{E} est donnée par

$$\delta(\mathbb{P}) \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{i,j \in \mathbb{E}} d_V(p_{i.}, p_{j.}) = 1 - \inf_{i,j \in \mathbb{E}} \sum_{k \in \mathbb{E}} p_{ik} \wedge p_{jk},$$
 (3)

où p_i , est la ligne *i* de la matrice \mathbb{P} et $d_V(\alpha, \beta)$ dénote la distance en variation entre deux lois de probabilité α et β sur \mathbb{E} , qui est définie par l'expression

$$V_V(lpha,eta) = rac{1}{2}|lpha-eta| = rac{1}{2}\sum_{i\in\mathbb{R}}|lpha_i-eta_i|.$$

Il est facile de voir que $0 \le \delta(\mathbb{P}) \le 1$ et on a le théorème général suivant. **Theorem 2.1.** Soit une matrice de transition \mathbb{P} irréductible et réversible sur l'espace d'états \mathbb{E} et de mesure invariante π . Alors, pour toute distribution de probabilité initiale μ et pour tout $n \ge 1$, on a l'inégalité

 $\| \| = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \right) \left(-\frac$

Dans le cas de l'algorithme **RSGSI**, le cardinal de l'espace d'états \mathbb{E} du Théorème 2.1 est égal à Λ donné par la formule (1) et la matrice \mathbb{P} , d'après la formule (2), a la forme

$$\mathbb{P}(Y|X) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \mathbb{P}_i(Y), \qquad (4)$$

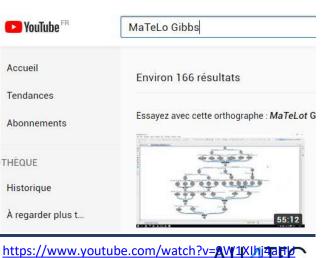
où chaque matrice \mathbb{P}_i , $1 \leq i \leq m$, est stochastique, ne dépend pas de l'état X et correspond (à chaque étape de l'algorithme) à la modification de la seule composante X_i .

D'apès (3), on cherchera une borne supérieure de la vitesse de convergence sous la forme

$$\delta(\mathbb{P}) = 1 - \inf_{i,j \in \mathbb{E}} \sum_{k \in \mathbb{E}} p_{ik} \wedge p_{jk} , \qquad (5)$$

où les p_{ij} sont les coefficients de la matrice stochastique \mathbb{P} qui est de taille $\Lambda \times \Lambda$, l'espace d'états étant $\mathbb{E} = \Lambda_1 \times \Lambda_2 \dots \Lambda_m$.

On notera qu'il est possible et facile avec MaTeLo de calculer toutes les composantes de \mathbb{P} .



MODEL BASED SOLUTIONS & ENGINEERING

© All rights reserved

de taille Aik. En posant

$$\|\mu\mathbb{P}^n - \pi\| \le d_V(\mu, \pi)\delta(\mathbb{P})^n.$$